# Caractérisation et Modélisation des Absorbants Acoustiques
## *pour la réduction du bruit des parties chaudes des turbomachines*

Objectif : mettre en œuvre des absorbants acoustiques large bande et optimiser leur propriétés pour la réduction du bruit des parties chaudes des turbomachines

Moyens :

- Élaboration et Caractérisation de matériaux poreux présentant une variété de microstructures
- Développement, validation et exploitation d'un code permettant de calculer les impédances caractéristiques de telles microstructures poreuses

Banque de données expérimentales ⟵ *confrontation* ⟶ Modélisations numériques

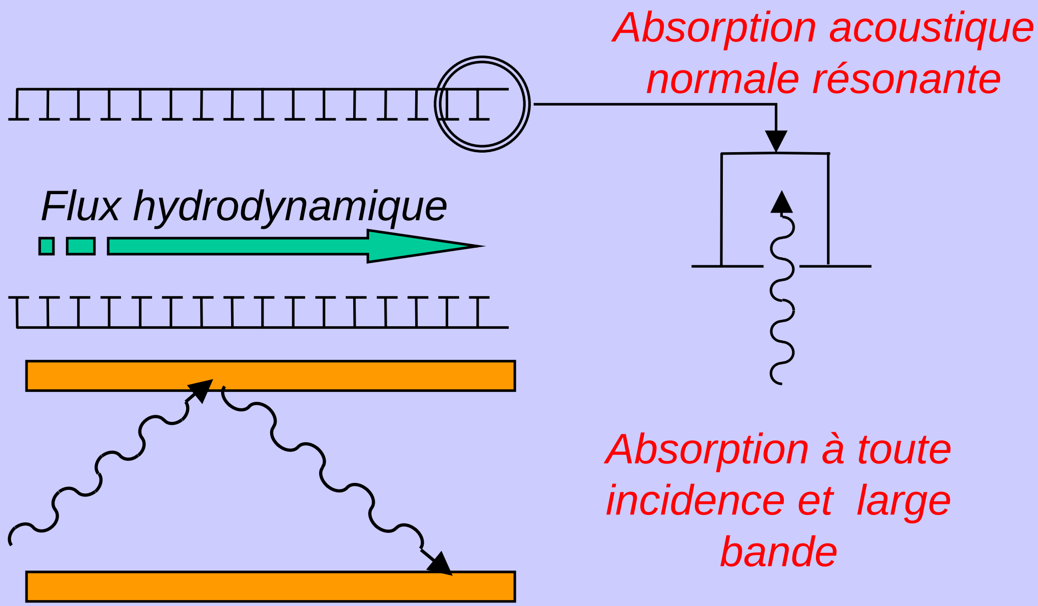
# Avantages attendus des absorbants poreux

Absorbants actuels : résonateurs

**Absorbants froids**

Absorbants envisagés : poreux continus

**Absorbants chauds**




Problèmes technologiques →

- *Fonctionnement en température*
- *Tenue mécanique*
- *Maintenabilité*
- *…*

Problème fondamental

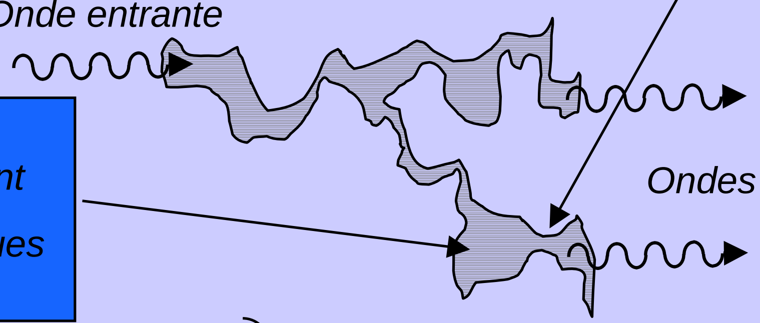
*Les propriétés des absorbants poreux restent mal cernées*

# Physique des absorbants poreux

**Modèle « standard » (Zwikker & Kosten, Allard, Attenborough**…)

- La dissipation provient de pertes thermiques et mécaniques
- L'écoulement (acoustique) peut-être considéré comme incompressible

**Exemple d'un pore en coupe longitudinale**




$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla p + \eta \Delta v$$

$$\nabla . v = 0$$

calcul d'une perméabilité visqueuse $k_v(\omega)$

$$\rho_0 c_p \frac{\partial \tau}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial t} + \kappa \Delta \tau$$

calcul d'une perméabilité thermique $k_t(\omega)$

**Impédance de milieu Z(ω)**

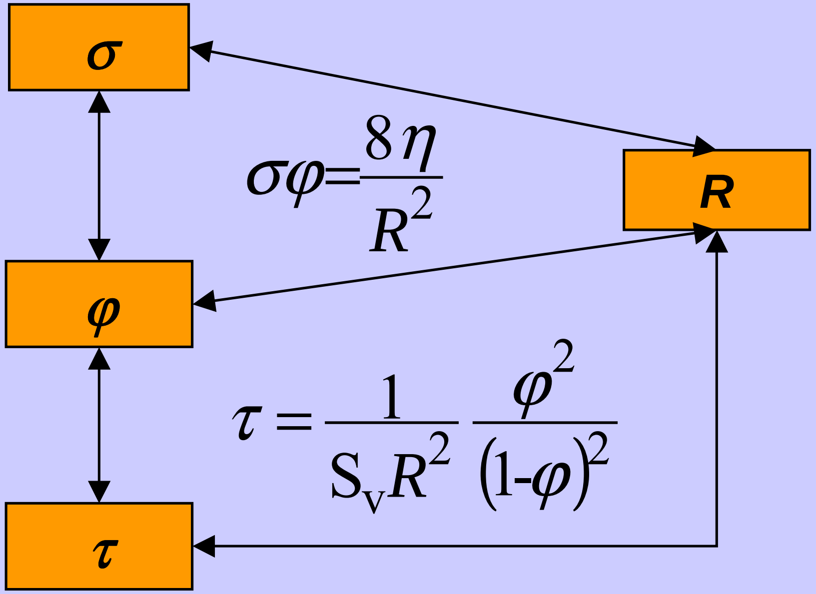
# Physique des absorbants poreux

**Les paramètres homogénéisés du modèle « standard »**

- Le rayon moyen des pores
- La résistance à l'écoulement
- La porosité

**+**

- La tortuosité




- **Le modèle « standard » permet d'ajuster des mesures expérimentales d'impédance**
- **Il suggère que différentes classes de matériaux peuvent conduire à des comportements différents à paramètres macroscopiques constants**
- **Il ne permet pas de déterminer *a priori* ces comportements**

# Caractérisation

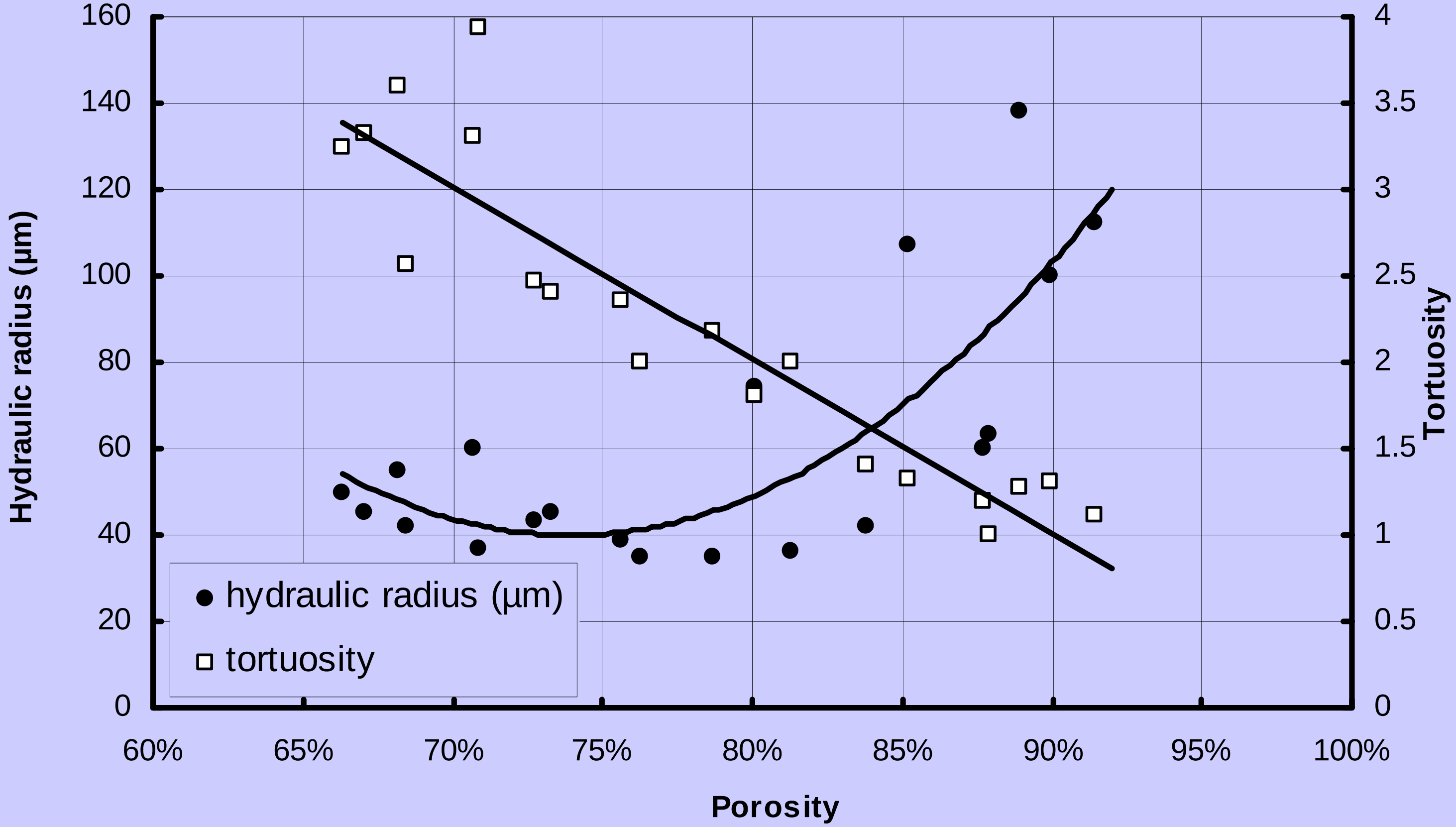
## *Mise en évidence des relations implicites entre paramètres macroscopiques*

Sélection d'une série d'échantillons de même famille mais de porosités différentes → Mesure du coefficient de réflexion au tube de Kundt → Extraction d'une impédance caractéristique du milieu poreux → Ajustement à l'aide du modèle « standard» → Mise en évidence d'un triplet de valeurs {R, $\tau$, $\varphi$} couplées → ***Obtention d'abaques caractéristiques de la famille considérée***

- Le modèle « standard » permet la constitution d'abaques sur lesquelles on peut dimensionner *a posteriori* des systèmes absorbants
- Il ne permet pas de prédire les tendances sur de nouvelles classes de matériaux

# Caractérisation

*Exemple d'abaque*




Pour aller plus loin, deux approches sont possibles

- La physique statistique
- **Les méthodes numériques**

# Réalisation d'un code aux éléments finis

## *I - Homogénéisation et choix des équations*

**Équations « Homogénéisées »**

$$\varepsilon^2 \eta \Delta \mathbf{v} + i\omega\rho\mathbf{v} = \nabla \mathbf{p}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$
$$\varepsilon^2 \kappa\, \Delta T + i\omega\, \rho\, c_p\, T = i\omega\, p$$

**+**

**Développement asymptotique**

$$u(x,y) = u_0(x,y) + \varepsilon u_1(x,y) + \varepsilon^2 u_2(x,y) + \ldots$$

**Système au 1er ordre**

$$\nabla_y \mathrm{p}_0 = 0$$
$$\eta \Delta_{\mathrm{yy}} \mathbf{v}_0 + i\omega\rho\mathbf{v}_0 - \nabla_y \mathbf{p}_1 = \nabla_x \mathbf{p}_0$$
$$\nabla_y \cdot \mathbf{v}_0 = 0$$
$$\kappa\, \Delta_{\mathrm{yy}} T_0 + i\omega\, \rho\, c_p\, T_0 = i\omega\, p_0$$

- *Le champ de pression macroscopique $p_0$ constitue un terme source homogène sur une cellule élémentaire*
- *On aboutit à un système où le problème thermique et le problème visqueux sont découplés*

# Réalisation d'un code aux éléments finis

## *II - Formulation faible et implémentation numérique*

**A - Équation de Navier-Stokes linéarisée** :

- Utilisation du tenseur des déformations pour abaisser l'ordre des intégrants
- Projection sur des fonctions test de type vitesse

$$\eta \Delta_{yy} \mathbf{v}_0 - \nabla_y \mathbf{p}_1 = 0 \Leftrightarrow \mathrm{div}\, \overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}}} = 0 \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} \overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}}} = -\mathrm{p}_1 \overline{\overline{\mathrm{I}}} + 2\,\eta\, \overline{\overline{\mathrm{d}}}(\mathbf{v}_0) \\ \overline{\overline{\mathbf{d}}} = \frac{1}{2}\left(\nabla \mathbf{v_0} + {}^t(\nabla \mathbf{v_0})\right) \end{cases}$$

Opération de projection $\Longrightarrow$ $\left\langle \mathbf{v}, \mathrm{div}\, \overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}}} \right\rangle + i\omega\rho \left\langle \mathbf{v}, \mathbf{v}_0 \right\rangle = \left\langle \mathbf{v}\,, \nabla_x \mathbf{p}_0 \right\rangle$

$$\langle u, v \rangle = \int_Y u^* . v \, d\Omega$$

Abaissement de l'ordre

$$\boxed{-\int_Y \left(-\mathrm{p}_1 \overline{\overline{\mathrm{I}}} + 2\,\eta\, \overline{\overline{\mathbf{d}}}(\mathbf{v}_0)\right) : \mathbf{d}^* \mathrm{d}\Omega + i\omega\rho \int_Y \mathbf{v}_0 . \mathbf{v}^* \mathrm{d}\Omega = \int_Y \nabla_x \mathbf{p}_0 . \mathbf{v}^* \mathrm{d}\Omega}$$

# Réalisation d'un code aux éléments finis

## *II - Formulation faible et implémentation numérique*

**B - Équation d'incompressibilité** :

- Utilisation du tenseur des déformations
- Projection sur des fonctions test de type pression

$$\boxed{\int_Y \mathrm{div}(\mathbf{v}_0).\mathbf{p}^* \mathrm{d}\Omega = 0 \Leftrightarrow \int_Y \mathbf{p}^* \mathbf{I} : \mathbf{d}(\mathbf{v}_0)\, \mathrm{d}\Omega = 0}$$

**C - Équation thermique** :

- Projection sur des fonctions test de type température
- Intégration par partie (abaissement de l'ordre)

$$\boxed{-\kappa \int_Y \nabla\mathbf{T_0}.\nabla\mathbf{T}^* \mathrm{d}\Omega + i\omega\rho\, c_p \int_Y \mathrm{T}_0\ \mathrm{T}^* \mathrm{d}\Omega = i\omega \int_Y \mathrm{p}_0\ \mathrm{T}^* \mathrm{d}\Omega}$$

# Réalisation d'un code aux éléments finis

## *II - Formulation faible et implémentation numérique*

**D – Éléments et ordres d'interpolation utilisés**:

- éléments tétraédriques
- géométrie P1
- pression P1
- vitesse P2

Respect des conditions de stabilité

- température P2 (*P1 aurait été suffisant mais P2 permet de réutiliser la même structure de code que pour le problème visqueux*)

**E – Projection sur les éléments et obtention de systèmes matriciels locaux**

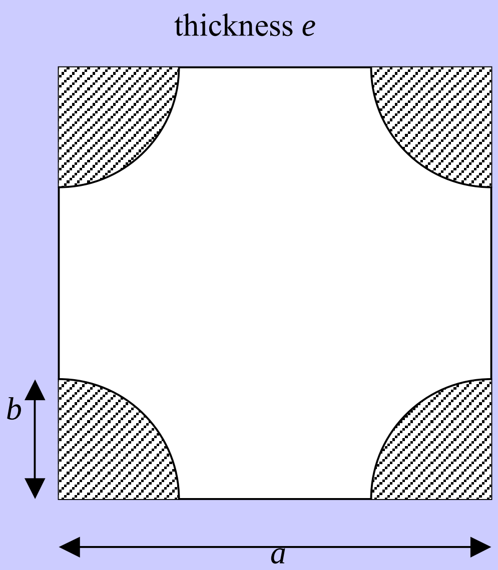
$$\begin{pmatrix} K_1 & -|K_3| & K_2 & 0 \\ |K_3| & K_1 & 0 & K_2 \\ {}^tK_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^tK_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V' \\ V'' \\ P' \\ P'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} K_5 & -|K_6| \\ |K_6| & K_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T' \\ T'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ |D_2| \end{pmatrix}$$

**F – Agrégation et inversion du système (méthode directe ou indirecte)**

# Réalisation d'un code aux éléments finis

## *IV – Validation du calcul de perméabilités*

- Choix d'une géométrie pour laquelle on connaît une solution analytique
- Maillage avec I-deas®
- Résolution des problèmes visqueux et thermiques (*calcul des champs $p_1$, $v_0$ et $T_0$ des développements asymptotiques)*
- Obtention des perméabilités visqueuses et thermiques




Géométrie calculée : les zones hachurés sont celles où l'onde se propage et l'aire blanche représente le squelette rigide.

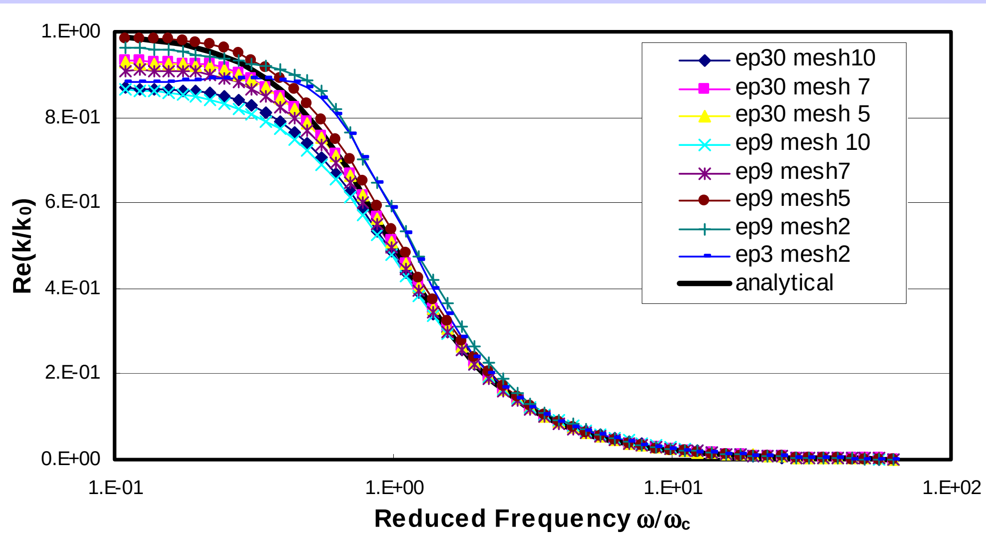
| e | mesh | Number of elements | Number of nodes |
|---|---|---|---|
| 30 | 5 | 3545 | 6466 |
| | 7 | 1456 | 2873 |
| | 10 | 506 | 1150 |
| | 15 | 244 | 620 |
| 9 | 2 | 15998 | 26910 |
| | 5 | 1256 | 2598 |
| | 7 | 546 | 1274 |
| | 10 | 180 | 504 |
| 3 | 2 | 6289 | 12629 |

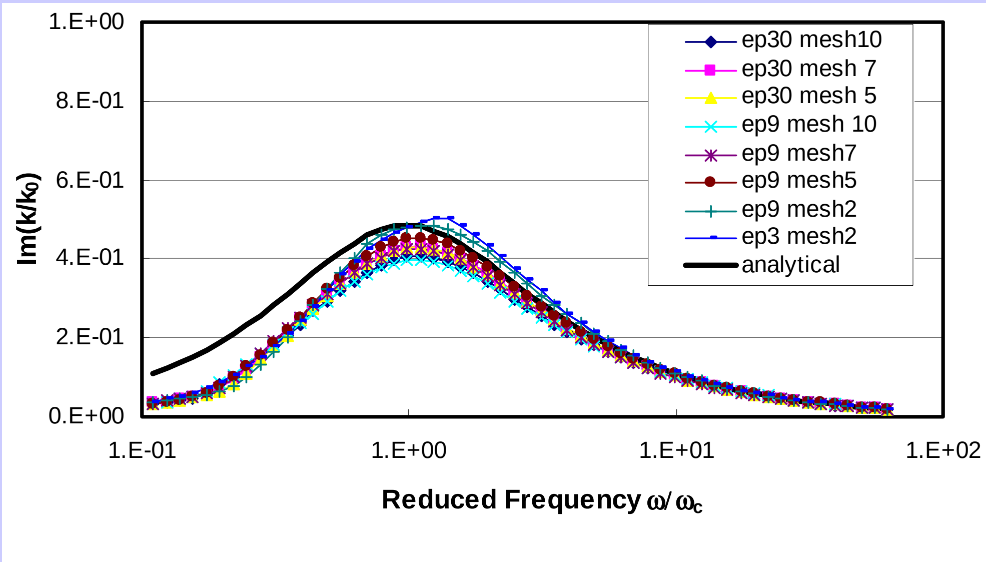
# Réalisation d'un code aux éléments finis

## *IV – Validation du calcul de perméabilités*

- **A – Perméabilité visqueuse : $k_{zz}$**
  - comportement parfait à haute fréquence pour tout les maillages et toutes les épaisseurs
  - précision croissante avec le maillage à basse fréquence sur k' mais
    - écart systématique sur k''
    - courbe déformée (k' et k'') pour les maillages les plus fins

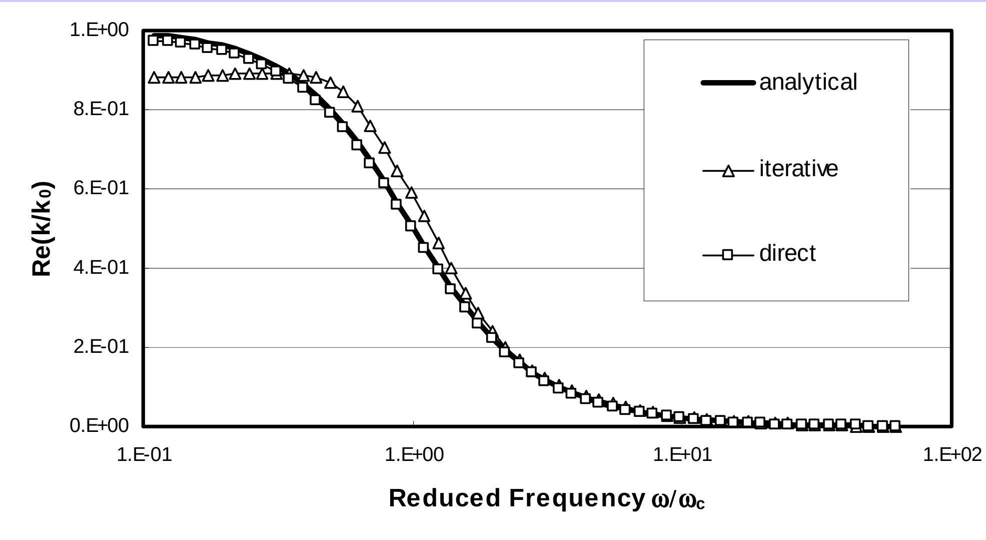
*Problème due à la routine d'inversion itérative*

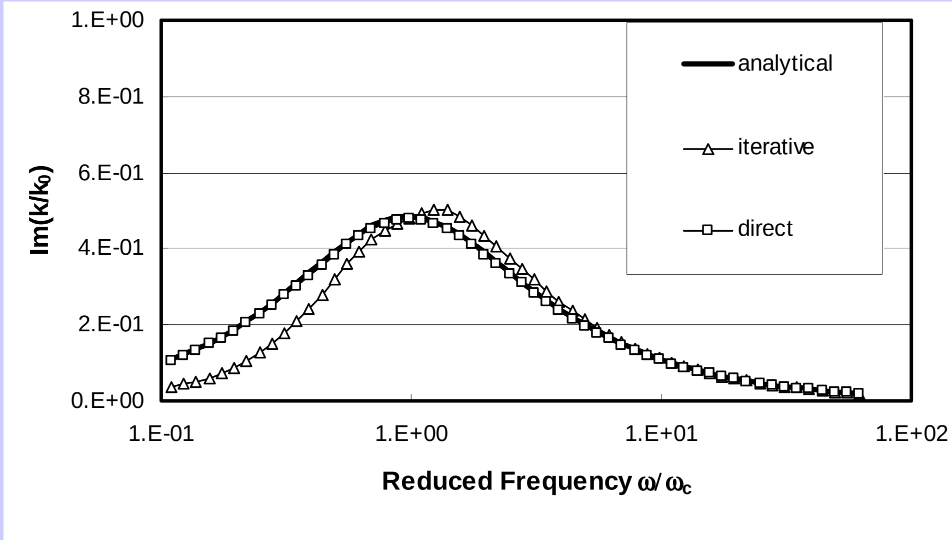


# Réalisation d'un code aux éléments finis

## *IV – Validation du calcul de perméabilités*

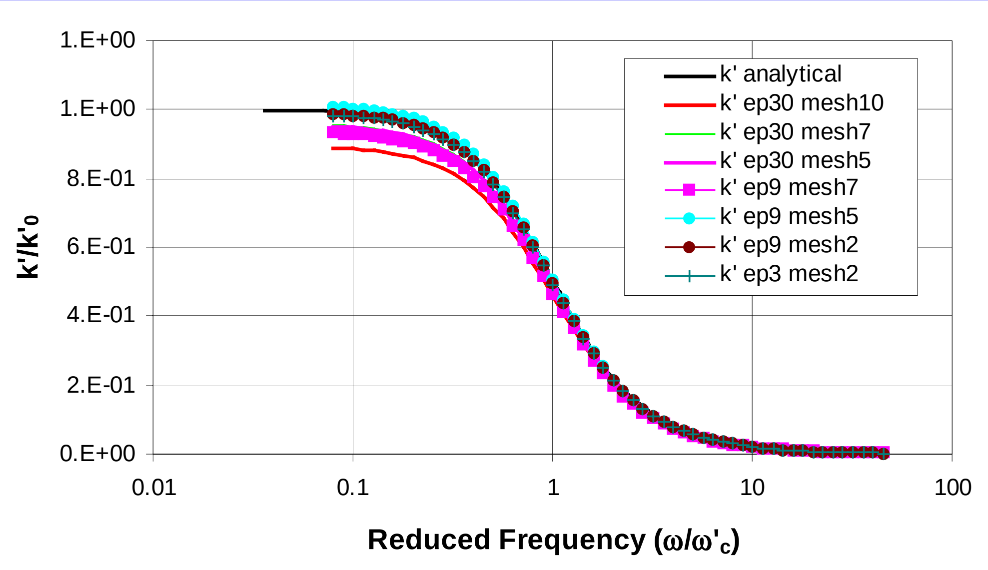


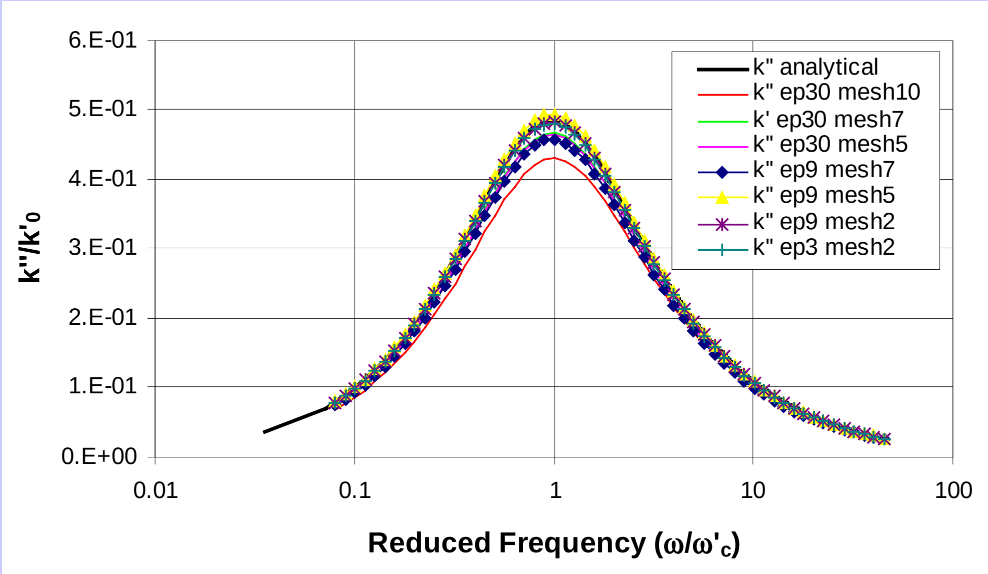



# Réalisation d'un code aux éléments finis

## *IV – Validation du calcul de perméabilités*

- **B – Perméabilité thermique : $k_t$**
  - comportement parfait à toute fréquence pour tout les maillages et toutes les épaisseurs
  - précision croissante avec le maillage

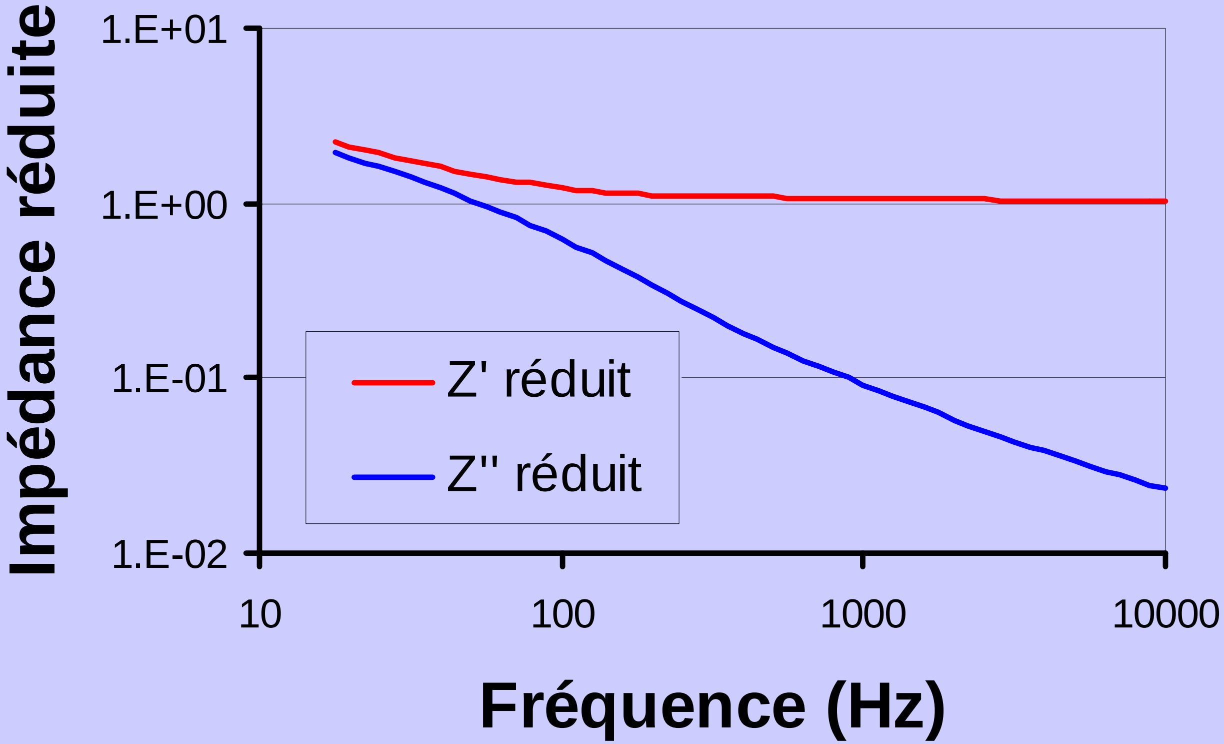


# Réalisation d'un code aux éléments finis

## *IV – Validation du calcul de perméabilités*

- **C – Impédance de milieu**
  - Les courbes analytiques et numériques sont confondues



# Conclusion & Perspectives

- L'analyse des mesures par les modèles de milieux poreux permet la constitution **d'abaques caractéristiques** des familles de matériaux ; Cela permet d'effectuer des **dimensionnements.**
- Nous avons mis au point et validé un **code de calcul de l'impédance** de microstructures poreuses pour permettre une **démarche prédictive.**

- Dans un futur proche, le code sera exploité afin de dégager les **tendances caractéristiques** des microstructures les plus habituelles des milieux poreux.
- Ces prédictions seront **confrontées** aux résultats fournis par les mesures ; Elle devraient à terme servir à **orienter les recherches** vers les classes de matériaux les plus **performants**.